

מבחן קיץ 2009  
 תרגיל 1:

נתונה פרבולה שמשוואתה  $y = (m-1)x^2 - (2m-2)x + 9 - m$ .

א. עבור אילו ערכים של  $m$  הפרבולה אינה עוברת מתחת לציר ה- $x$ ?

ב. עבור אילו ערכים של  $m$  קדקוד הפרבולה נמצא מעל לישר  $y=4$ , כאשר לפרבולה יש מקסימום?

הערה: פתרון סעיף ב' אינו תלוי בפתרון של סעיף א.  
 פתרון:

$$y = (m-1)x^2 - (2m-2)x + 9 - m$$

א.

$$a > 0$$

$$a = m - 1 > 0$$

$$m > 1$$

בדיקה עבור  $\Delta \leq 0$

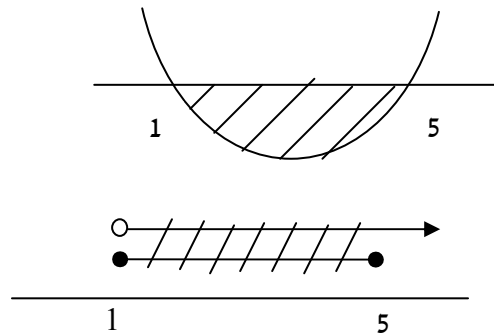
$$\begin{aligned} \Delta &= [-(2m-2)]^2 - 4(4-m)(9-m) = \\ &= 4m^2 - 8m + 4 - 4(9m - m^2 - 9 + m) = \\ &= 4m^2 - 8m + 4 - 36m + 4m^2 + 36 - 4m = \end{aligned}$$

$$8m^2 - 48m + 40 \leq 0 \quad | :8$$

$$m^2 - 6m + 5 \leq 0$$

$$(m-1)(m-5) = 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ m=1 & m=5 \end{matrix}$$

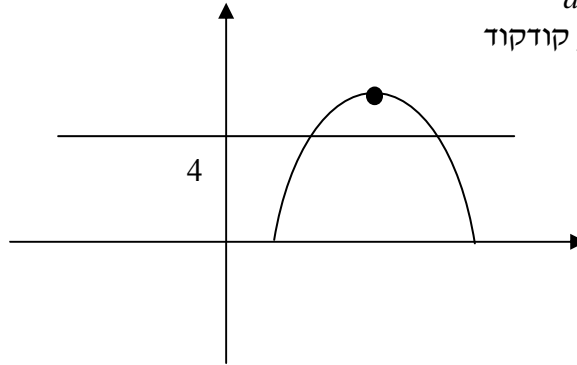


$1 < m \leq 5$  פתרון סופי



בגרות ופסיכומטרי

ב. תנאי ראשון:  $a < 0$   
תנאי שני:  $y > 4$  קודקוד



1.  $a = m - 1 < 0 \Rightarrow m < 1$

2.

$$y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{8m^2 - 48m + 40}{4(m-1)} = -\frac{8(m-1)(m-5)}{4(m-1)} = -2(m-5) > 4$$

$$-2m + 10 > 4 \Rightarrow 6 > 2m \Rightarrow m < 3$$

$$m < 1$$

תשובה:  $m < 1$

תרגיל 2 :

2. סך התשלום עבור טלוויזיה מחולק ל-12 תשלומים חודשיים.

התשלומים החודשיים מהווים סדרה חשבונית.

סך התשלום עבור הטלוויזיה גדול פי 1.52 מסך 6 התשלומים הראשונים,

והוא גדול ב-1900 שקל מהסכום של שני התשלומים האמצעיים.

מצא את :

א. ההפרש של הסדרה החשבונית.

ב. סך התשלום עבור הטלוויזיה.

פתרון :

נתונים :  $n = 12$

$$S_{12} = 1.52 \cdot S_6$$

$$S_{12} = 1900 + a_6 + a_7$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 12a_1 + 66d$$

$$S_6 = \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 6a_1 + 15d$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

ע"פ נתון ראשון :

$$1.52(6a_1 + 15d) = 12a_1 + 66d$$

$$9.21a_1 + 22.8d = 12a_1 + 66d \quad / - 66d - 9.21a_1$$

$$-43.2d = 2.88a_1$$

$$\frac{-43.2d}{2.88} = a_1$$

$$-15d = a_1$$

ע"פ נתון שני :

$$1900 + a_1 + 5d + a_1 + 6d = 12a_1 + 66d$$

$$1900 + 2a_1 + 11d = 12a_1 + 66d \quad / : 2a_1 - 66d$$

$$10a_1 = 1900 - 55d \quad / : 10$$

$$a_1 = 190 - 5.5d$$

נשווה :

$$-15d = 190 - 5.5d \quad / + 5.5d$$

$$-9.5d = 190 \quad / : -9.5$$

$$d = -20$$

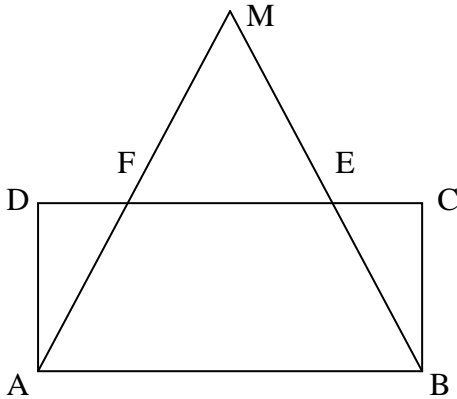
$$a_1 = 190 - 5.5(-20) = 300$$

$$S_{12} = 12 \cdot 300 + 66 \cdot (-20) = 3600 - 1320$$

$$S_{12} = 2280$$



בגרות ופסיכומטרי



תרגיל 3 :

- על הצלע AB של המלבן ABCD בנו משלוש שווה שוקיים AMB ( $AM=BM$ ).  
 MA ו-MB חותכים את DC בנקודות F ו-E בתאמה (ראה ציור).  
 EF הוא קטע אמצעיים במשולש AMB.  
 א. הוכח כי  $DF=EC$ .  
 ב. הוכח כי היחס בין שטח המשולש ADE לשטח הטרפז ABCE הוא 3:5.

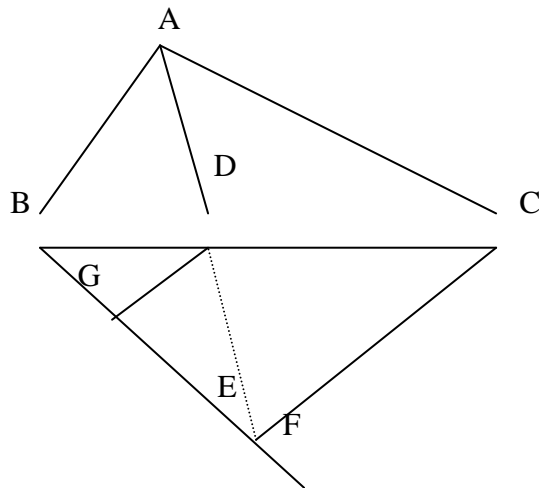
פתרון :

א.

נימוק	טענה
צלעות נגדיות במלבן שוות (צלע)	$AD=BC$
כל זוויות המלבן ישרות (זווית)	$\sphericalangle D = \sphericalangle C = \sphericalangle DAB = \sphericalangle CBA = 90$
זוויות בסיס במש"ש שוות	$\sphericalangle MAB = \sphericalangle MBA = \alpha$
סכום זוויות (זווית)	$\sphericalangle DAF = \sphericalangle CBE = 90 - \alpha$
לפי משפט חפיפה ז, צ, ז	$\triangle DAF \cong \triangle CBE$
משל צלעות מתאימות במשולשים חופפים שווים	$CE=DF$

ב.

נימוק	טענה
צלעות נגדיות במלבן שוות	$AB=DC$
נגדיר	$AB = DC = 4x$
קטע אמצעיים במשלוש מקביל לצלע ושווה למחציתה	$EF = \frac{1}{2} AB = 2x$
לפי סעיף א'	$FD = CE = \frac{DC - FE}{2} = \frac{4x - 2x}{2} = x$
חשבון קטעים	$DE = 3x = DF + FE = x + 2x$
שטח משלוש	$S_{\triangle ADE} = \frac{3x \cdot h}{2} = 1.5xh$
שטח מלבן	$S_{ABCD} = 4x \cdot h$
חיסור בין השטחים	$S_{ABCE} = 4xh - 1.5xh = 2.5xh$
משל היחס בין השטחים.	$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{ABCE}} = \frac{1.5xh}{2.5xh} = \frac{3}{5}$



תרגיל 4 :

על הצלע BC במשולש ABC בנו משולש EBC.

AD הוא חוצה זווית BAC.

GD מקביל לצלע EC (ראה ציור).

נתון :  $AB=3$

$AC=5$

$BE=4$

א. חשב את אורך הקטע GE.

נמק את תשובתך.

ב. F היא נקודה על המשך הצלע BE.

נתון כי EC הוא חוצה זווית DEF (ראה ציור).

הוכח כי משולש GED הוא שווה שוקיים.

פתרון :

נתונים : AD חוצה זווית

$GD \parallel EC$

נימוק	טענה
לפי משפט חוצה זווית	$\frac{BA}{AC} = \frac{BD}{DC}$
נציב ע"פ נתונים	$\frac{3}{5} = \frac{BD}{DC}$
לפי משפט תלס	$\frac{BD}{DC} = \frac{BG}{GE}$
נציב	$\frac{BG}{GE} = \frac{3}{5} \Rightarrow BG = \frac{3GE}{5}$
לפי הנתון $BE=4$	$BG + GE = 4$
	$\frac{3GE}{5} + GE = 4$
	$\frac{3GE + 5GE}{5} = 4 \cdot 5$
	$8GE = 20$
משל	$GE = 2\frac{1}{2}$ ס"מ

ב. נתון :  $\angle DEF$  חוצה זווית  $EC$   
 $\angle DEC = \angle CEF$

נימוק	טענה
זוויות מתחלפות בין מקבילים	$\angle CED = \angle GDE = \beta$
זוויות צמודות משלימות ל-180	$\angle GED = 180 - 2\beta$
סכום זוויות במשולש 180	$\Delta DGE \rightarrow \angle DGE = \beta$
משולש שווה שוקיים משלוש ובו שתי זוויות שוות הוא שווה שוקיים.	$\Delta DGE$ משולש שווה שוקיים

תרגיל 5 :

מועמדים לעבודה בחברת השקעות נדרשים להיבחן אצל גרפולוג להערכת אמינותם. ידוע כי 80% מהמועמדים הם אנשים אמינים.

אם המועמד אכן אמין, הסיכוי שגרפולוג יקבע שהוא אמין הוא 0.7.

אם המועמד אינו אמין, הסיכוי שגרפולוג יקבע שהוא אמין הוא 0.2.

א. מהי ההסתברות שגרפולוג יקבע שהמועמד אמין?

ב. מהי ההסתברות שמועמד הוא אכן אמין, אם גרפולוג קבע שהוא אמין?

ג. כדי שמועמד יתקבל לעבודה, הוא צריך להיבחן אצל 3 גרפולוגים בלתי תלויים, ולפחות 2 מהם צריכים לקבוע שהמועמד אמין.

הכושר של כל גרפולוג לקבוע אמינות הוא כמו שנתון בתחילת השאלה. מהי ההסתברות שמועמד יתקבל לעבודה?

ד. החברה שינתה את מדיניותה לקבלת מועמדים.

היא החליטה כי 3 גרפולוגים בלתי תלויים צריכים לקבוע שהמועמד אמין.

לאחר שינוי המדיניות, מהי ההסתברות שמועמד יתקבל לעבודה אם הוא אדם לא אמין? (הכושר של כל גרפולוג לקבוע אמינות לא השתנה).

הערה: פתרון סעיף ד' אינו תלוי בפתרון הסעיפים הקודמים.

פתרון :

א.

$$P_1 = 0.8 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.2 = 0.6$$

$$P_1 = 0.6$$

ב.

$$P_2 = \frac{0.8 \cdot 0.7}{0.8 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.2} = \frac{0.56}{0.6} = \frac{14}{15}$$

$$P_2 = \frac{14}{15}$$

ג.  $p = 0.6, k = 2.3, n = 3$

$$P_3 = P_3(2) + P_3(3)$$

$$P_3(2) = \binom{3}{2} 0.6^2 \cdot 0.4^1 = 0.432$$

$$P_3(3) = \binom{3}{3} = 0.6^3 \cdot 0.4^0 = 0.216$$

$$P_3 = 0.648$$

ד.  $k = 3, n = 3, P = 0.2$



**בגרות ופסיכומטרי**

$$P_4 = P_3(3) = \binom{3}{3} 0.2^3 \cdot 0.8^0 = 0.008$$

$$P_4 = 0.008$$

תרגיל 6 :

בעיר מסוימת נערך סקר שבדק אם יש קשר בין קריאת ספרים ובין הרכבת משקפיים. ממצאי הסקר היו :

- 24% מהתושבים מרכיבים משקפיים וגם קוראים ספרים.
- 86% מהתושבים מרכיבים משקפיים או קוראים ספרים (כולל מרכיבים משקפיים וגם קוראים ספרים)
- אין קשר סטטיסטי בין קריאת ספרים ובין הרכבת משקפיים.
- א. מצא את אחוז התושבים שקוראים ספרים ואת אחוז התושבים שמרכיבים משקפיים, אם נתון כי מספר התושבים שמרכיבים משקפים גדול ממספר התושבים שקוראים ספרים.
- ב. כעבור שנתיים נמצא כי אחוז התושבים שמרכיבים משקפיים וגם קוראים ספרים עלה ועכשיו הוא 27%, ואילו אחוז התושבים שמרכיבים משקפים לא השתנה וגם אחוז התושבים שקוראים ספרים לא התשנה.
- האם עכשיו יש בסיס להנחה שקריאת ספרים עשויה להיות אחת הסיבות להרכבת משקפיים? נמק.

פתרון :

נסמן : A - קורא ספרים  
 B - מרכיב משקפיים.  
 נתונים :

$$P(A \cap B) = 0.24$$

$$P(A \cup B) = 0.86$$

$$P(B/A) = P(B)$$

$$P(B) > P(A)$$

נסמן :

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{x} = \frac{0.24}{x} = P(B)$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$0.86 = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.86 = 0.24$$

	$\bar{A}$	A	
$\frac{0.24}{x}$		0.24	B
x-0.1	0.14	x-0.24	$\bar{B}$
1		x	



### בגרות ופסיכומטרי

$$\frac{0.24}{x} - x - 0.1 = 1$$

$$x - 1.1 + \frac{0.24}{x} = 0/x$$

$$x^2 - 1.1x + 0.24 = 0$$

$$P(A) = x = 0.3$$

$$P(A) = x = 0.8$$

$$P(B) = \frac{0.24}{0.3} = 0.8 \quad \text{אם } P(A) = 0.3 \text{ אז}$$

$$P(B) = \frac{0.24}{0.8} = 0.3 \quad \text{אם } P(A) = 0.8 \text{ אז}$$

נתון  $P(B) > P(A)$  ולכן  $P(A) = 0.3$ ,  $P(A) = 0.8$

ב. הנתונים כעת:

$$P(A \cap B) = 0.27$$

$$P(A) = 0.3$$

$$P(B) = 0.8$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.27}{0.3} = 90\%$$

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.8 - 0.27}{0.7} = 75.71\%$$

כעת יש קשר סטטיסטי: מבין קוראים 90% מרכיבים משקפים לעומת רק 75.71% שמרכיבים משקפים מבין אלה שאינם קוראים.

מכיוון שכעת יש קשר סטטיסטי יתכן וקיים קשר סיבתי.