



בגרות ופסיכומטרי

1. נתונה הפונקציה $y = (2m+1)x^2 - 4mx + 10m + 3$.

א. מצא עבור אילו ערכים של m גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בשתי נקודות הנמצאות באותו צד של ראשית הצירים.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x עבור הערכים של m המתקבלים כאשר לגרף הפונקציה יש נקודת חיתוך אחת עם ציר ה- x .

א. התנאים אשר יקיימו את שאלה א' הם:

I) $\Delta > 0$

II) $\frac{c}{a} > 0$

$$\Delta = (-4m)^2 - 4(2m+1)(10m+3) = 16m^2 - 4(20m^2 + 16m + 3) = 16m^2 - 80m^2 - 64m - 12$$

$$\Delta = -64m^2 - 64m - 12$$

$$-64m^2 - 64m - 12 > 0 \quad /: -4$$

$$16m^2 + 16m + 3 < 0$$

$$m_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 192}}{32} = \frac{-16 \pm 8}{32}$$

$$m_1 = -\frac{1}{4}; m_2 = -\frac{3}{4}$$

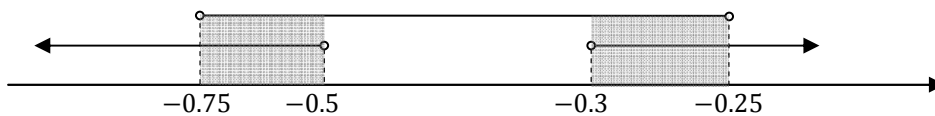
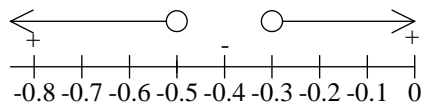
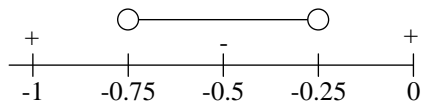
I) $-\frac{3}{4} < m < -\frac{1}{4}$

$$\frac{c}{a} = \frac{10m+3}{2m+1} > 0$$

$$10m+3=0 \Rightarrow m = -\frac{3}{10} = -0.3$$

$$2m+1=0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} = -0.5$$

II) $m < -\frac{1}{2}$ או $-\frac{3}{10} < m$



$$-0.75 < m < -0.5$$

או

$$-0.3 < m < -0.25$$



בגרות ופסיכומטרי

$$\Delta = 0 \quad \text{ב.}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}, m = -\frac{3}{4}$$

$$m_1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1 \Rightarrow (-1, 0)$$

$$m_2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{9}{2} = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow (3, 0)$$

$$a = 2m + 1 = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4\left(-\frac{1}{2}\right)x + 10\left(-\frac{1}{2}\right) + 3$$

$$y = 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow (1, 0)$$

קו ישר

אם כן, הנקודות שקיבלנו הן: $(-1, 0), (3, 0), (1, 0)$



בגרות ופסיכומטרי

2. הזרימו מים לבריכה ריקה, ובתום 5 שעות היא הייתה מלאה.

כמויות המים שנכנסו לבריכה בכל שעה מהוות סדרה הנדסית.

כמות המים שנכנסה לבריכה ב-3 השעות הראשונות גדולה פי $2\frac{1}{4}$ מכמות המים שנכנסה ב-3 השעות האחרונות.

א. מצא את מנת הסדרה.

ב. נתון גם כי ב-2 השעות הראשונות נכנסות לבריכה 1215 מ"ק מים.

מצא את נפח הבריכה.

א.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 2\frac{1}{4}(a_3 + a_4 + a_5)$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 2\frac{1}{4}(a_1q^2 + a_1q^3 + a_1q^4)$$

$$\cancel{a_1 + a_1q + a_1q^2} = 2\frac{1}{4} \cdot q^2 \cdot (\cancel{a_1 + a_1q + a_1q^2})$$

$$1 = \frac{9}{4}q^2$$

$$q^2 = \frac{4}{9}$$

$$x_1 = \frac{4}{9}$$

$$x_2 = -\frac{4}{9}$$

מתנאי הבעיה מתקיים $q > 0$ ולכן: $q = \frac{2}{3}$

ב.

$$a_1 + a_2 = 1215$$

$$a_1 + a_1q = 1215$$

$$a_1 + \frac{2}{3}a_1 = \frac{5}{3}a_1 = 1215$$

$$a_1 = 729$$

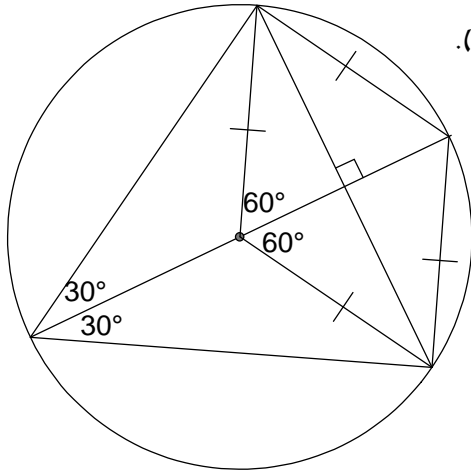
$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \Rightarrow 729, 486, 324, 216, 144$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1539$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 684$$

$$S = \frac{a_1(q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{729 \left(\left(\frac{2}{3} \right)^5 - 1 \right)}{\left(\frac{2}{3} \right) - 1}$$

$$S = 1899$$



3. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

המיתר CD הוא אנך אמצעי לרדיוס OB (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע CBDO הוא מעויין.

ב. הוכח כי $\angle CAD = 60^\circ$.

א. נסמן E נקודת מפגש OB ו-DC.

$$\left\{ \begin{array}{l} CD \perp OB \\ OE = BE \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{נתון } CD \text{ אנך אמצעי ל- } OB.$$

CE = DE - רדיוס שמאונך למיתר חוצה אותו.

OB ו-CD מאונכים זה לזה.

OB ו-CD מאונכים זה לזה.

\Leftarrow CBDO מעויין: מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה

ומאונכים זה לזה הוא מקבילית. מ.ש.ל. א'

ב. CBDO מעויין $\Leftarrow \begin{cases} BC = OC = x \\ OD = BD = x \end{cases}$ צלעות מעויין, כולן שוות.

שניהם רדיוסים $\begin{cases} OC = OB = R = x \\ OD = OB = R = x \end{cases}$

משולשים שווי צלעות שכל צלעותיהם שוות. $\begin{cases} \triangle OBC \\ \triangle ODB \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} BC = OB = \alpha = x \\ OB = DB = OD = x \end{cases}$

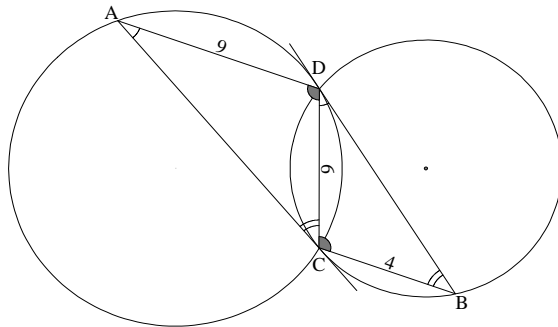
$\Leftarrow \angle BOC = \angle DOC = 60^\circ$ זווית במשולש שווה צלעות כולן שוות 60°

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle CAB = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ \\ \angle DAB = \frac{1}{2} \angle DOC = 30^\circ \end{array} \right.$$
 זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית שנשענת על אותו

מיתר וקשת.

$\Leftarrow \angle CAD = \angle CAB + \angle DAB$ - סכום זוויות

$\Leftarrow \angle CAD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ מ.ש.ל. ב'



4. שני מעגלים נחתכים בנקודות C ו-D.
 המיתר AC משיק למעגל אחד,
 והמיתר DB משיק למעגל השני (ראה ציור).
 א. הוכח כי $AD \parallel CB$.
 ב. נתון: $CB = 4$ ס"מ, $AD = 9$ ס"מ.
 מצא פי כמה גדול שטח המשולש $\triangle ADC$
 משטח המשולש $\triangle CDB$. נמק.

א.

נימוק	טענה	מס'
זווית בין משיק למיתר	$\angle BDC = \angle A$	1
זווית בין משיק למיתר	$\angle ACD = \angle B$	2
סכום זוויות במשולש	$\angle ADC = 180^\circ - \angle A - \angle ACD$	3
סכום זוויות במשולש	$\angle BCD = 180^\circ - \angle BDC - \angle B$	4
העברה	$\angle BCD = \angle ADC$	5
אם זוויות בין ישרים שוות אזי הישרים מקבילים.	$AD \parallel CB$	6

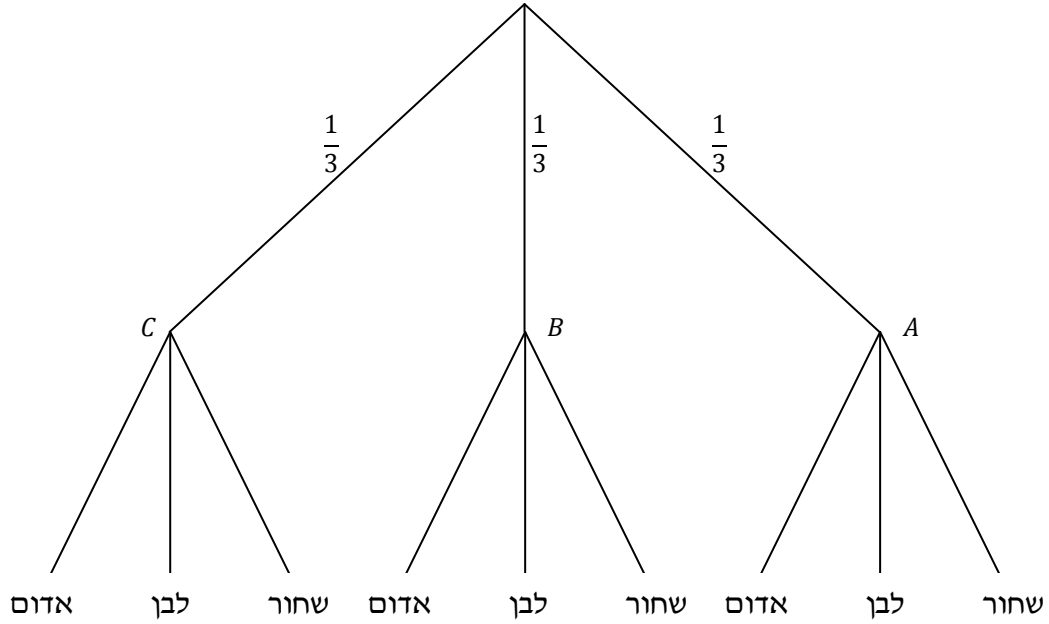
ב.

נימוק	טענה	מס'
על פי משפט דמיון משולשים ז.ז.	$\triangle ADC \sim \triangle DCB$	1
יחס צלעות במשולשים דומים	$\frac{AD}{DC} = \frac{DC}{CB}$	2
	$DC = 6 \leftarrow \frac{9}{DC} = \frac{DC}{4}$	3
יחס שטחים במשולשים דומים הוא כיחס הצלעות בריבוע	$\frac{S_{\triangle ACB}}{D_{\triangle BCD}} = \left(\frac{CD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{6}{4}\right)^2 = 2.25$	4



בגרות ופסיכומטרי

5. א. שלב ראשון בחירת קופסה שלב שני בחירת כדור.

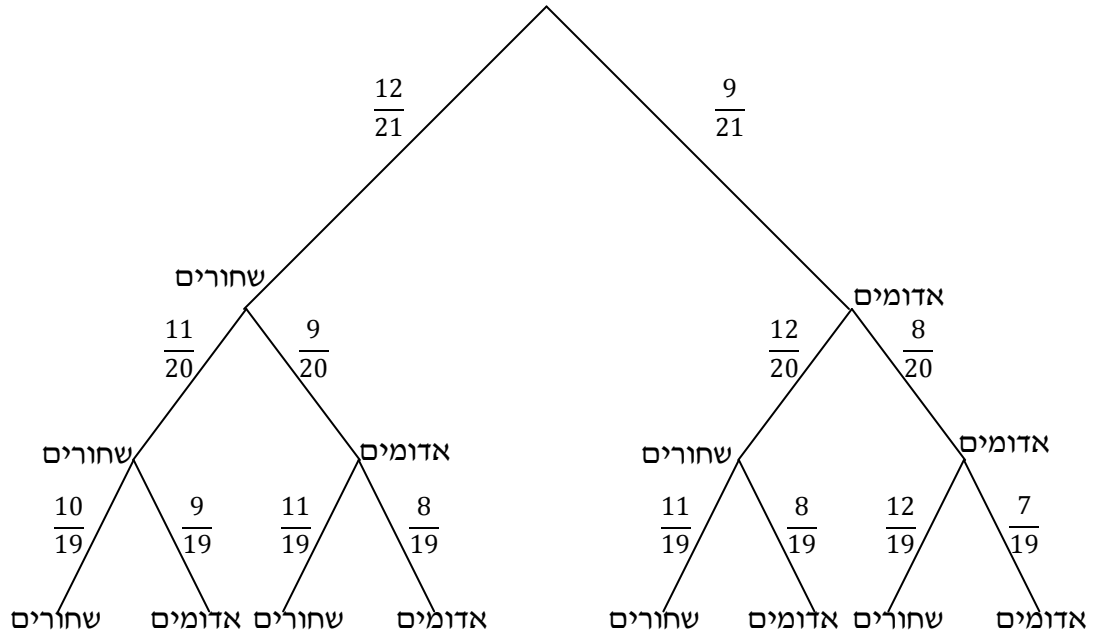


$$P_1 = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{13}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{13}} = \frac{\frac{5}{39}}{\frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{5}{39}} = \frac{\frac{5}{39}}{\frac{172}{429}} = \frac{5 \cdot 429}{172 \cdot 39} = \frac{55}{172}$$

$$P_1 = \frac{55}{172}$$



בגרות ופסיכומטרי



ב.

$$P_2 = \frac{9}{21} \cdot \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{19} + \frac{9}{21} \cdot \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{864}{7980} + \frac{1188}{7980} = \frac{2052}{7980} = \frac{9}{35}$$

$$P_2 = \frac{9}{35}$$

ג.

$$P_3 = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{12}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{56}{380} + \frac{96}{380} = \frac{152}{380} = \frac{2}{5}$$

$$P_3 = \frac{2}{5}$$



בגרות ופסיכומטרי

6. רשת חנויות פרחים, המתמחה בעיצוב זרי ורדים, מזמינה את הורדים משלוש משתלות:

משתלה A , משתלה B , משתלה C (הרשת מזמינה עזרות אלפי ורדים בשנה).
בבדיקה שערכה הנהלת הרשת נמצא כי בשנה מסוימת:

17.8% מכלל הורדים שהוזמנו היו נבולים

$\frac{35}{89}$ מבין הורדים הנבולים היו ממשתלה B .

$\frac{7}{20}$ מבין הורדים ממשתלה B היו נבולים.

מספר הורדים שהוזמנו ממשתלה A היה גדול ב- 50% ממספר הורדים שהוזמנו ממשתלה C .

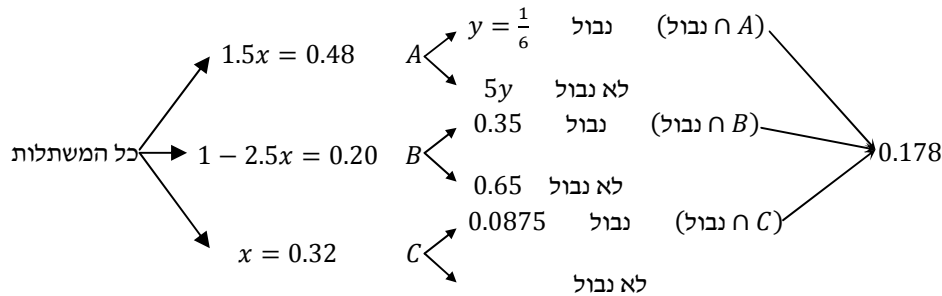
א. מצא את אחוז הורדים שהוזמנו באותה שנה מכל אחת מהמשתלות A , B ו- C .

ב. מספר הורדים שאינם נבולים וגם ממשתלה A גדול פי 5

ממספר הורדים שהם נבולים וגם ממשתלה A .

מצא האם יש קשר סטטיסטי בין איכות הורדים (נבולים או לא נבולים) ובין המשתלה שממנה הוזמנו הורדים. נמק.

א.



$$P(B/\text{נבול}) = \frac{P(B \cap \text{נבול})}{P(\text{נבול})} = \frac{35}{89}$$

$$\frac{0.35(1 - 2.5x)}{0.178} = \frac{35}{89}$$

$$31.15(1 - 2.5x) = 6.23$$

$$31.15 - 77.875x = 6.23$$

$$-77.875x = -24.92$$

$$x = 0.32$$

א.

$$P(A) = 1.5x = 0.48, \quad P(B) = 0.2, \quad P(C) = 0.32$$

ב.

$$y + 5y = 1$$

$$6y = 1$$

$$y = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{נבול}/A) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{נבול}/B) = 0.35$$

$P(\text{נבול}/A) > P(\text{נבול}/B)$ ויש ביניהם קשר סטטיסטי.