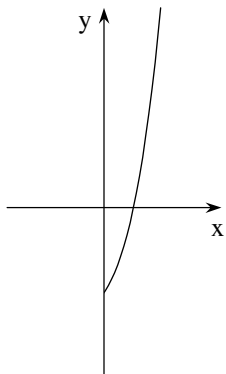


**שאלות 006 מועד קיץ תש"ע 2010**

1. רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממקום B למקום A (מהירויות של רוכבי האופניים אינן משתנות).  
 כעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים.  
 הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו.  
 א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין מהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A.  
 ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.

2. א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת שהביטוי  $n^3 - 25n$  מתחלק ב-24 בלי שארית לכל n טבעי אי זוגי.  
 ב. נתון כי הביטוי  $a+b+c+d$  מתחלק ב-24 בלי שארית.  
 $d-1, c, b, a$  הם מספרים טבעיים אי זוגיים.  
 הוכח כי גם הביטוי  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$  מתחלק ב-24 בלי שארית.



3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x+2}$ ,  $x \neq -2$ .  
 א. בציור מוצגת סקיזה של גרף הפונקציה  $f(x)$  עבור  $x \geq 0$ .  
 מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x=1$ .  
 מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה-y עבור  $x \geq 0$ .  
 ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה) עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 (2) סרטט סקיזה של גרף הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.  
 ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = |f(x)|$ .  
 סרטט סקיזה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

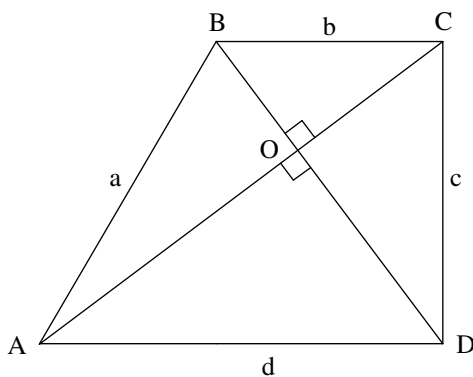
4. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

- עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.  
 א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
 ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 (3) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציות הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ .

ד. נתון כי גרף הפונקציה  $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$  משיק לציר ה- $x$  בתחום הנתון בנקודה אחת בלבד. מהו הערך של  $a$ ? נמק.

5. בטרפז  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ )



נתון:  $BC = b$ ,  $AB = a$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AD = d$ ,  $CD = c$  ( $d > b$ ).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה  $O$  (ראה ציור).

א. הוכח כי  $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ .

ב. דרך קודקוד  $B$  מעבירים ישר המקביל לשוק  $CD$ .

הישר חותך את הבסיס  $AD$  בנקודה  $M$ .

נתון:  $\angle ABM = \alpha$ . הוכח כי  $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$ .

ג. הבע באמצעות  $\alpha$ ,  $b$  ו- $d$ :

(1) את שטח המשולש  $ABM$ .

(2) את שטח הטרפז  $ABCD$ .