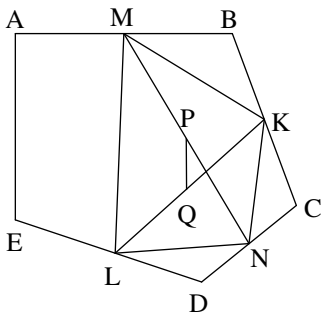


שאלות 007 מועד קיץ תש"ע 2010

1. נתונה היפרבולה שמשוואתה $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{7} = 1$.

- נקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ההיפרבולה עם ציר ה-x.
 נקודה C נמצאת על ההיפרבולה, אך לא על ציר ה-x.
 דרך נקודה A מעבירים אנך לישר AC, ודרך נקודה B מעבירים אנך לישר BC.
 נקודה P היא נקודת המפגש של אנכים אלה.
 א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P שהן מפגשי האנכים הנוצרים באופן שתואר.
 ב. הראה כי המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א הוא היפרבולה.



2. נתון מרובע MKNL.

P אמצע האלכסון NM, ו-Q אמצע האלכסון KL (ראה ציור).

א. הבע את \vec{QP} בשני אופנים שונים,

והוכח כי: $\vec{QP} = \frac{1}{2}(\vec{KM} + \vec{LN})$.

ב. חסמו את המרובע MKNL

במחומש ABCDE כך שקדקודי המרובע M, K, N, L הם אמצעי הצלעות AB, BC, CD, ED בהתאמה (ראה ציור).

הוכח: $|\vec{QP}| = \frac{1}{4}|\vec{EA}|$, $\vec{QP} \parallel \vec{EA}$.

ג. נסמן: $\vec{EA} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נתון: $\vec{AG} = t\underline{u}$, $t > 0$, $\vec{QP} \perp \vec{AB}$, $|\underline{u}| = 5$, $|\underline{v}| = 4$.

מצא את הערך של t שעבורו הזווית בין הווקטור EG ובין הווקטור QP היא 60° .
 בתשובתך דייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3. נתונים שני ישרים ℓ ו- ℓ' :

$\ell: (0,0,2) + t(1,1,0)$

$\ell': (0,0,-2) + s(1,-1,0)$

א. מהו המצב ההדדי בין שני הישרים? נמק.

ב. נתון כי ישר d מאונך לישר ℓ ולישר ℓ' .

מצא את משוואת המישור המכיל את הישר ℓ ומקביל לישר d.

ג. נתון אוסף נקודות $(x,1,z)$ היוצרת מישור.

הישר ℓ חותך בנקודה A את המישור הנוצר על ידי נקודות אלה, והישר ℓ' חותך מישור זה בנקודה B.

מצא את הזווית בין הישר ℓ לישר AB.

4. המספרים המרוכבים z_1, z_2, z_3 הם קודקודים של משולש שווה צלעות, הנמצאים על מעגל

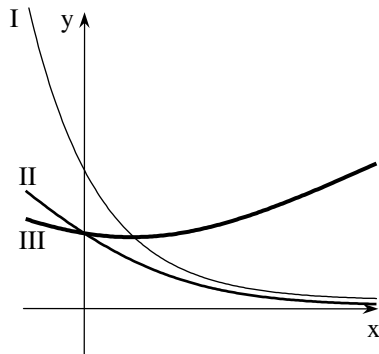
שמרכזו בראשית הצירים.

א. הוכח כי $z_1 + z_2 + z_3 = 0$.

ב. z_1 ו- z_2 נמצאים על המקום הגאומטרי $|\bar{z} - z| = 6$, הוא מספר מרוכב.

נתון כי $\arg(z_1) = 60^\circ$.

מצא את z_1, z_2, z_3 .



5. הסקיצות I, II, III שבציור

הן גרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{2}{e^{2x}}\right)$$

$$g(x) = 2e^{-2x}$$

$$h(x) = \ln\left(e^x + \frac{2}{e^x}\right)$$

נקודות החיתוך בין גרפים של

הפונקציות, ונקודות החיתוך

של הגרפים עם הצירים הן

כמתואר בציור.

א. (1) עבור כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $g(x)$, ו- $h(x)$, מצא את נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה עם ציר ה- y .

(2) דרך נקודת החיתוך של הגרפים II ו-III עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

מצא נקודת חיתוך נוספת של הישר עם גרף III.

דייק במידת הצורך עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית או השאר \ln

בתשובתך.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי

הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.

ג. על פי הציור קבע איזה אינטגרל מבין האינטגרל $\int_1^2 g(x) dx$, $\int_1^2 f(x) dx$, הוא הקטן ביותר.

נמק.

ד. הראה כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים

$$x = 1 \text{ ו- } x = 2, \text{ קטן מ- } \frac{e^2 - 1}{e^4}.$$



בגרות ופסיכוחטרי